

**ЭВРИСТИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК СРЕДСТВО  
РЕАЛИЗАЦИИ ТВОРЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА УЧАЩИХСЯ**

© 2015

**Н.А. Демченкова**, кандидат педагогических наук, доцент,  
доцент кафедры «Алгебра и геометрия»**И.В. Антонова**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры  
«Алгебра и геометрия»*Тольяттинский государственный университет, Тольятти (Россия)*

**Ключевые слова:** эвристика; эвристический метод; эвристические приемы; эвристическая деятельность; творческая деятельность; организация эвристической деятельности учащихся.

**Аннотация:** Работа посвящена выявлению возможностей эвристической деятельности учащихся для использования ее в творческой деятельности при изучении математики в общеобразовательной школе.

Потребности развивающегося быстрыми темпами общества требуют от учащегося принятия своевременных решений. Кому как не школе реагировать на эти изменяющиеся условия развитием творческих способностей учащихся и воспитанием активной личности.

Анализ результатов анкетирования учителей математики города Тольятти показал, что 70 % учителей правильно определяют понятие эвристики, однако лишь 50 % из них имеют четкие представления об эвристической деятельности. Только 10 % учителей осознанно применяют на уроках эвристический метод, хотя 60 % из них понимают целесообразность его использования в учебном процессе. Многие учителя объясняют нежелание использовать эвристический метод тем, что его реализация занимает большое количество учебного времени. Также трудности по реализации эвристического метода на уроках 70 % учителей видят в неготовности его реализации большинством учащихся, неумении школьников выражать свои мысли, неуверенности учеников в имеющихся знаниях, недостаточной сформированности теоретической базы.

Проблема данного исследования заключается в выявлении возможностей эвристической деятельности для использования их в творческой деятельности при изучении математики учащихся общеобразовательной школы. Проблема будет определяться постепенно, через понятия эвристики, эвристического метода, эвристического приема, эвристической деятельности. Анализ литературы и собственный педагогический опыт показывает, что вопрос обучения эвристикам на уроках математики в общеобразовательной школе является недостаточно разработанным.

Цель данного исследования – показать применение эвристической деятельности через использование эвристических приемов в творческой деятельности учащихся.

В толковом словаре Т.Ф. Ефремовой значение слова «эвристика» определяется как методология научного исследования, а также методика обучения, основанная на открытии и догадке; система обучения путем наводящих вопросов; совокупность логических приемов и методических правил теоретического исследования. В словаре С.И. Ожегова под эвристикой понимается основанный на беседах, диалогах метод обучения, стимулирующий у учеников развитие активного поиска решений. В Большом Энциклопедическом Словаре

представлено определение эвристики как восходящего к Сократу метода обучения.

Вопросы организации эвристического обучения и формирования эвристических приемов в настоящее время все чаще становятся предметом исследования. В работах В.И. Андреева, В.Н. Введенского, И.И. Ильева, Ю.Н. Кулюткина, М.М. Левиной, О.К. Огурцовой, Д. Пойа, В.Н. Пушкина, Г.И. Саранцева, Е.И. Скафы, А.В. Хуторского и др. рассматриваются психологические и дидактические аспекты эвристической деятельности. Один из способов формирования основ эвристической деятельности многие исследователи (Г.Д. Балк, М.Б. Балк, В.А. Далингер, Ю.М. Колягин, Д. Пойа, Г.И. Саранцев, В.А. Уфнаровский, Л.М. Фридман, Р.А. Хабиб, А.Я. Цукар и др.) видят в обучении решению математических задач. Эвристические приемы рассматриваются как эффективное средство развития умения решать задачи, в том числе нестандартные.

Проблеме реализации эвристических идей в обучении математике уделяли внимание такие математики и методисты, как Ж. Адамар, В.Г. Болтянский, Г.П. Бевз, Б.В. Гнеденко, Г.В. Дорофеев, И.И. Зильберберг, Ю.М. Колягин, Т.Н. Миракова, А.Д. Мышкис, З.И. Слупкин, Л.М. Фридман, Р.Г. Хазанкин, А.Я. Хинчин, С.И. Шапиро, Н.И. Шкиль, П.М. Эрдинов и др.

Рассмотрев различные подходы к определению понятия «эвристика», считаем, что в *психологии* под эвристикой понимают раздел, изучающий творческое мышление; в *педагогике* – науку о средствах и методах решения задач; в *теории и методике обучения математике* – путь, с помощью которого учащиеся подходят к «переоткрытию» теорем и самостоятельному решению задач.

Проанализировав соответствующую литературу, отмечаем, что в *педагогике* под *эвристическим методом обучения* понимают: метод, способствующий развитию творческих способностей учащихся (Н.А. Извольский); метод, позволяющий проводить обучение, опираясь на интересы учащихся (Ш.А. Лезан); метод, заключающийся в организации активного поиска решения выдвинутых в обучении (или самостоятельно сформулированных) познавательных задач (А.В. Хуторский); метод, предполагающий изложение материала учителем в незавершенном виде, что дает возможность учащимся самостоятельно заново открыть уже известные факты (С.И. Шохор-Троцкий).

Известным советским математиком и методи-

стом В.М. Брадисом эвристический метод определен как метод, при котором руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному «переоткрытию» соответствующих предложений и правил [1]. В.И. Махмутовым эвристический метод рассмотрен как обусловленная принципами обучения система регулятивных правил подготовки учебного материала и проведения эвристической беседы (или дискуссии) с целью объяснения части учебного материала учителем и организации самостоятельной работы учащихся по усвоению другой его части путем решения проблемных и познавательных задач [2]. Г.И. Саранцев считает, что *эвристические приемы* могут быть представлены в виде определенной логической схемы, могут быть описаны математическим языком [3]. Е.Ю. Миганова считает, что эвристическими называются методы, с помощью которых человек открывает новые способы решения задач, строит нестереотипные планы и программы» [4]. В.В. Репьев под эвристическим методом понимает эвристическую беседу, которая как метод обучения «состоит в том, что учитель ставит перед классом проблему (теорему, задачу), а затем путем целесообразных вопросов приводит учащихся к ее решению» [5].

Таким образом, в теории и методике обучения математике под эвристическим методом обучения понимают: метод обучения, когда учитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит их к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил (В.М. Брадис); метод, с помощью которого осуществляется накопление фактов и выдвижение гипотез, то есть метод, способствующий открытиям (Т.А. Иванова); метод, с помощью которого человек открывает новые способы решения задач, строит нестереотипные планы и программы (Е.Ю. Миганова); метод, позволяющий проявить творческую активность учащихся при обучении математике (В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин); метод, состоящий в том, что учитель ставит перед классом проблему (теорему, задачу), а затем путем целесообразных вопросов приводит учащихся к решению проблемы (В.В. Репьев).

Понятие эвристической деятельности неоднозначно. Р. Декарт, Г. Лейбниц отождествляли эвристическую деятельность с *интуитивной деятельностью*. Интуитивная деятельность, по мнению данных авторов, выступает как непосредственное усмотрение связей и отношений между различными предметами и явлениями. А. Пуанкаре, А. Эйнштейн характеризовали эвристическую деятельность как неосознаваемый компонент творческой деятельности. Ряд современных исследователей (В.Ф. Асмус, А.А. Налчаджян, А.Т. Шумилин, В.А. Яковлев и др.) определяют эвристическую деятельность как тип творческой деятельности, в котором доминируют интуитивные процедуры деятельности. И.М. Розет, Л.Л. Гулова отождествляют эвристическую деятельность с поисковой, выделяя наличие проблемной ситуации, как ее признака. Так, И.М. Розет говорит о том, что эвристическая деятельность проявляется в выборе из множества возможных вариантов наиболее оптимального. А.М. Коршунов, А.С. Майданов, А.В. Славин,

У.Ж. Хайдаров под эвристической деятельностью понимают творческий аспект поисковой деятельности, выделяя при этом следующие ее признаки: включение интуитивного озарения в ткань логических рассуждений при производстве нового знания; наличие определенного разрыва с имеющейся системой знаний; отражение действительности посредством своеобразного «смещения» познающим субъектом известных связей бытия; конструирование идеальных объектов необычно высокой степени схематичности и абстрактности.

В своей работе С.Р. Мугаллимова считает, что эвристическая деятельность школьников формируется на основе применения эвристических приемов. Под эвристическим приемом понимается преобразующее действие, применение которого позволяет (хотя не гарантирует) найти ключевую идею для решения проблемной задачи и свести ее решение к использованию уже известных алгоритмов [6]. Автором выделены шесть *эвристических приемов*: акцентуализация, варьирование объекта, трансляция, реверсия, индукция, варьирование среды.

Мы считаем, что эвристическая деятельность является основой творческой, использование эвристических приемов эффективно реализует творческую деятельность учащихся.

*Творческую деятельность* в дидактике характеризуют следующими признаками: самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию; видение новой проблемы в знакомой ситуации; видение другой функции объекта; самостоятельное комбинирование известных способов деятельности в новый; видение структуры объекта; альтернативное мышление; построение принципиально нового способа решения в отличие от других известных способов.

На основе анализа методической, психолого-педагогической, дидактической литературы, собственного педагогического опыта нами выделены несколько подходов к организации творческой деятельности на основе эвристического обучения. Изложим суть этих подходов.

*Первый подход* основан на использовании эвристического метода и эвристического приема. В своих рекомендациях студенту-практиканту по проведению урока Ю.М. Колягин пишет: «Следует акцентировать свое внимание на развитии творческих способностей учащихся. При этом ориентировать учащихся не на изучение готовых, сложившихся приемов решения задач, а на поиски оригинальных решений, различных способов решений; считать важным постановку и решение нестандартных задач и задач-проблем, обучение учащихся эвристической деятельности в процессе решения задач; разработку системы задач, направленной на развитие творческих способностей учащихся» [7]. К сожалению, на практике это реализуется крайне редко. Существующие методики и программы ориентированы в основном на «среднего» ученика, предъявляют одинаковые формальные требования ко всем учащимся без учёта их способностей и интересов, что снижает их учебную активность.

Основными признаками эвристического метода являются: передача учебного материала учителем в форме эвристической беседы; частичное объяснение нового материала сочетается с постанов-

кой учителем проблемных познавательных задач или экспериментом, порождающим проблемную ситуацию; учебные проблемы ставятся и решаются учащимися с помощью учителя.

*Второй подход* к реализации творческой деятельности основан на *овладении умением учиться самостоятельно*. Умение учиться самостоятельно, несомненно, является одной из составляющих эвристической деятельности. Этот подход мы встречаем у Е.И. Лященко, которая отмечает, что главной особенностью обучения является направленность на формирование общих умений учиться самостоятельно: относить конкретную задачу к определенному типу или рассматривать её как самостоятельное оригинальное явление, требующее для своего решения творческого подхода; находить способ доказательства нового математического утверждения и выполнять его; владеть набором общих и специфических учебных действий и операций, адекватных поставленной учебной задаче [8].

*Третий подход* связан с *использованием эвристической деятельности на факультативных занятиях*. Данный подход изложен в исследованиях Н.Н. Ивановой, которая предлагает уделять значительное внимание формированию и развитию творческих способностей на факультативных занятиях по математике. Автор считает, что по сравнению с уроком, факультативы открывают более широкое поле для творческой деятельности благодаря своей специфике: более свободное распределение времени, меньшее количество учащихся, возможность корректировки программы в процессе её реализации; факультативные занятия позволяют уделять значительное внимание и формированию личности [9].

Наш подход реализации творческой деятельности основан на использовании эвристического метода обучения или эвристического приема.

Таким образом, можно сформулировать основные *этапы формирования творческой деятельности на основе эвристического обучения*.

*Первый этап*: применение простейшего опыта творческой деятельности, а именно, восприятие и осмысление предложенной задачи; рассмотрение изучаемого предмета с различных точек зрения, выдвижение простейших гипотез, попытки обосновывать их аргументами.

*Второй этап*: совершенствование опыта творческой деятельности; рассмотрение предмета не только с различных точек зрения, но и видение новых его функций и структуры; высказывание обоснованной гипотезы, самостоятельное построение плана ее решения; учет альтернатив при решении.

*Третий этап*: на основании наблюдений, опыта, анализа различной информации происходит обоснование сформулированной гипотезы, ее доказательство или опровержение; осуществление плана решения, комбинирование и преобразование известных способов решения.

*Четвертый этап*: переформулирование поставленной проблемы, формулирование аналогичных проблем; сравнение различных путей решения, сравнение разных вариантов решения, поиск но-

вых; оформление результатов решения в различной форме (в виде описания, правила, формулы, алгоритма); проверка и уточнение результатов решения.

*Пятый этап*: анализ применения эвристических методов и приемов для понимания проблем и проблемных ситуаций; совершенствование полученного способа решения; использование эвристических приемов при решении других нестандартных задач и задач из смежных областей; анализ участия в эвристической беседе; самостоятельное решение нестандартных задач и выполнение учебных исследований.

Определим *типы задач, направленных на формирование приемов эвристической деятельности* у учащихся на уроках алгебры и начал математического анализа.

*Задачи с неполным или избыточным условием*. Сюда включены задачи с недостаточной, избыточной или противоречивой исходной информацией, а также задачи, в которых отсутствует исходная информация, а есть только цель деятельности. Сюда же отнесем задания на составление условия самими учащимися.

*Задачи на обнаружение закономерностей*. Здесь подразумевается наличие комплекса задач, в результате выполнения которого у учащегося складывается определенный способ решения заданий данного типа или выявляется закономерность.

*Задачи на выявление оптимального способа решения*. Сюда мы отнесем задания, в которых предусматривается упрощение выражений.

*Задачи на обнаружение противоречия и формулировку проблемы*. Это задачи, в ходе выполнения которых возникает противоречие между уже имеющимися способами решения и неизвестными.

*Задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний*. Сюда мы отнесем задания, направленные на формирование навыков выведения формул, формулирования правил.

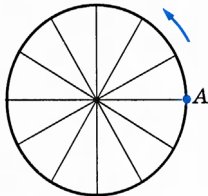
*Исследовательские задачи*. Это задачи на выявление различных свойств, задачи с параметром.

*Задачи логические*. Сюда входят задачи на объяснение и доказательство, на установление причинно-следственных связей.

На основе классификации эвристических приемов (С.Р. Мугаллимова), а также описанной выше типологии задач рассмотрим *взаимосвязь эвристических приемов и задачного материала, направленного на формирование приемов эвристической деятельности*. Исходя из учебного материала по теме «Тригонометрические функции» учебников алгебры и начал математического анализа разных авторов, нами разработана типология задач, которая может быть применена в рамках формирования эвристических приемов у учащихся старших классов (см. таблицу). Отметим, что при разработке данной типологии был использован учебный материал по темам «Определение тригонометрических функций», «Свойства тригонометрических функций: четность/ нечетность, периодичность», «Графики тригонометрических функций».

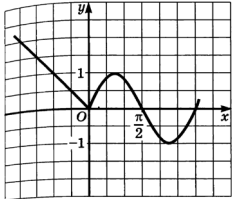
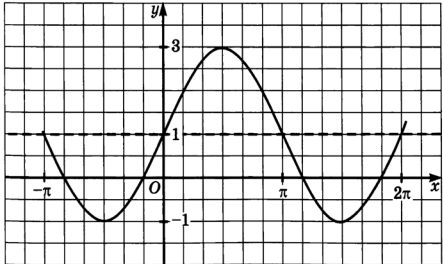
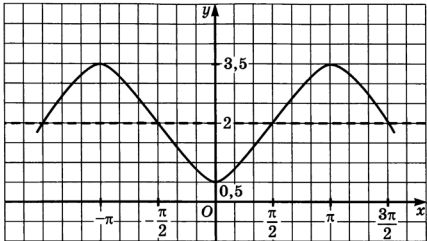
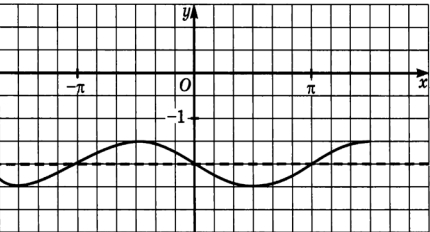
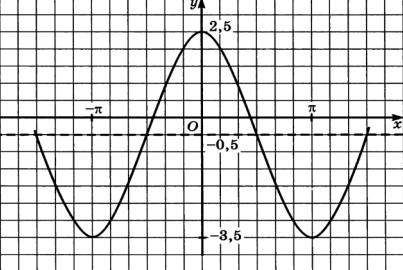
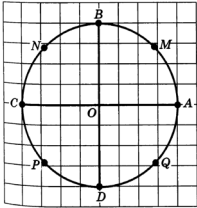
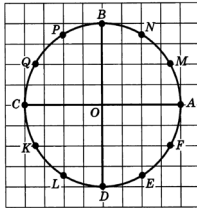


**Таблица. Типология задач, направленных на формирование приемов эвристической деятельности, по теме «Тригонометрические функции»**

<b>Акцентуализация</b>	
Задачи с неполным или избыточным условием	Придумайте функцию с периодом $\frac{\pi}{2}$ .
Задачи на обнаружение закономерностей	<p>Отметьте на единичной окружности точки, соответствующие числам: <math>111\pi</math>; <math>\frac{7\pi}{6}</math>; <math>\frac{71\pi}{4}</math>; <math>-\frac{7\pi}{3}</math>.</p> <p>Определите, какие пары точек на тригонометрической окружности, соответствующие данным числам, будут симметричны относительно начала координат, оси Ох или оси Оу: а) <math>\frac{\pi}{3}</math> и <math>-\frac{\pi}{3}</math>; б) <math>2</math> и <math>2 + \pi</math>; в) <math>\frac{5\pi}{3}</math> и <math>\frac{20\pi}{3}</math>; г) <math>\frac{\pi}{4}</math> и <math>-\frac{\pi}{4}</math>; д) <math>2</math> и <math>\pi - 2</math>.</p> <p>Вычислите: а) <math>\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \dots \cdot \cos 179^\circ</math>; б) <math>\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 179^\circ</math>.</p>
Задачи на выявление оптимального способа решения	<p>Вычислите значение выражения: а) <math>\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{7\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{4}</math>; б) <math>\sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos \frac{\pi}{2}</math>.</p>
Задачи на обнаружение противоречия и формулировку проблемы	<p>Решите уравнение: а) <math>\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 0</math>; б) <math>\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 0</math>.</p> <p>Решите неравенство: а) <math>\sin x \geq 1</math>; б) <math>\sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}</math>; в) <math>\cos x &lt; 0</math>; г) <math>\sin x &lt; -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>.</p>
Задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний	<p>Найдите: а) <math>\sin \alpha</math>, если <math>\cos \alpha = -\frac{1}{2}</math> и <math>\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)</math>; б) <math>\cos \alpha</math>, если <math>\sin \alpha = -\frac{4}{5}</math> и <math>\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)</math>.</p>
Исследовательские задачи	<p>Известно, что числа <math>\alpha, \beta, \gamma</math> лежат в промежутке <math>[0; 2\pi]</math> и при этом <math>\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>, <math>\cos \beta = -\frac{1}{2}</math>, <math>\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}</math>. Какие наибольшие и наименьшие значения может принимать сумма <math>\alpha + \beta + \gamma</math>.</p> <p>Постройте график функции: а) <math>y = \sin(x +  x )</math>; б) <math>y = \cos \frac{x-2 x }{2}</math>; в) <math>y = \cos(x +  x )</math>; г) <math>y = \sin \frac{x+3 x }{2}</math>.</p>
Задачи логические	<p>Докажите, что функция не имеет периода: а) <math>y = \sin \sqrt{x}</math>; б) <math>y = \cos x + \cos \sqrt{3}x</math>; в) <math>y = x \cos x</math>.</p>
<b>Варьирование среды</b>	
Задачи на обнаружение закономерностей	<p>При равномерном вращении колеса точка А на ободе проходит за секунду угол, равный <math>10^\circ</math>. Сколько полных оборотов сделает точка А (рисунок) и где она будет находиться относительно начального положения через минуту?</p> <div style="text-align: right;">  </div>

Задачи на выявление оптимального способа решения	Решите графически уравнение: а) $\sin x = -x$ ; б) $\sin x = x$ ; в) $\cos x =  x $ ; г) $\sin x = \frac{2}{\pi} x - \pi $ . Изобразите на плоскости множество середин отрезков, концы которых лежат на графике функции $y = \sin x$ .
Задачи на обнаружение противоречия и формулировку проблемы	Найдите амплитуду, период и начальную фазу гармонического колебания, заданного формулой, и постройте график: а) $s = 5\sin(2t + \frac{\pi}{3})$ ; б) $s = \frac{3}{4}\sin(t - \frac{1}{6})$ ; в) $s = 2,8\sin\frac{t+2}{2}$ ; г) $s = 0,3\sin(0,2\pi t + \frac{\pi}{4})$ ; д) $y = \pi\sin 3t$ ; е) $s = 4\sin(2t - 3)$ .
Задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний	Выведите формулу для угла между радиусами, направленными в точки А и В на сфере, если географические координаты точек равны $(\varphi_1; \theta_1)$ , $(\varphi_2; \theta_2)$ .
Исследовательские задачи	Обруч радиуса R катится без скольжения по обручу радиуса r, $R \geq r$ , причем луч OO1, соединяющий центры этих окружностей, описывает за единицу времени угол в 1 радиан. Определите положение в момент времени t точки M, если в начальный момент времени t=0 она была точкой касания обеих окружностей и находилась на оси абсцисс. Разберите случаи, когда вторая окружность находится вне первой и когда она находится внутри нее. Отдельно рассмотрите случаи, когда $R=r$ , $r = \frac{R}{2}$ , $r = \frac{R}{4}$ . Исследуйте функцию на монотонность на заданном промежутке: а) $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ ; б) $[-\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}]$ ; в) $(\frac{11\pi}{3}; \frac{25\pi}{6})$ ; г) $(\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3})$ .
Задачи логические	Докажите, что площадь выпуклого четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними. Используя геометрические соображения, вычислите: а) $\sin 15^\circ$ и $\cos 15^\circ$ ; б) $\sin 22,5^\circ$ и $\cos 22,5^\circ$ .
<b>Варьирование объекта</b>	
Задачи с неполным или избыточным условием	Изобразите на плоскости множество точек таких, что: а) $\sin x = \sin y$ ; б) $\sin \pi( x  +  y ) = 0$ . Придумайте функцию f(t), для которой период функции f(cos x) равен $\frac{\pi}{2}$ . Придумайте функцию f(t), для которой период функции f(cos x) равен $\frac{2\pi}{3}$ .
Задачи на обнаружение закономерностей	Отметьте на одной единичной окружности точки, соответствующие числам: а) 5, 6, $\frac{5\pi}{3}$ ; б) 1, 20, $\frac{301\pi}{3}$ .
Задачи на выявление оптимального способа решения	Сравните с нулем: а) $\sin 311^\circ$ ; б) $\cos 311^\circ$ ; в) $\sin 529^\circ$ ; г) $\cos(-1261^\circ)$ ; д) $\sin \frac{113\pi}{11}$ ; е) $\sin 11$ ; ж) $\cos 9$ . Постройте график функции: а) $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ ; б) $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ ; в) $y =  \operatorname{tg} x + 1 $ ; г) $y = \sin x - \pi $ . Определите промежутки возрастания и убывания данных функций.
Задачи на обнаружение противоречия и формулировку проблемы	Существует ли угол $\alpha$ , для которого выполняется равенство: а) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; б) $\cos \alpha = 2\sin 25^\circ$ ; в) $\sin \alpha = 2\cos 25^\circ$ ; г) $\sin^2 \alpha + \sin \alpha - 6 = 0$ .

Задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний	<p>Выразите в градусной и радианной мерах углы правильного шестиугольника.</p> <p>Сравните числа: а) <math>\frac{22}{7}</math> и <math>\pi</math>; б) 6 и <math>\frac{11\pi}{6}</math>; в) 100 и <math>32\pi</math>.</p> <p>Известно, что <math>\frac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{2\sin\alpha + 5\cos\alpha} = \frac{1}{3}</math>. Найдите <math>\operatorname{ctg}\alpha</math>.</p>
Исследовательские задачи	<p>Укажите промежутки возрастания и убывания функции:</p> <p>а) <math>y = \sin^2 x</math>; б) <math>y = 2^{\cos x}</math>; в) <math>y = \sin^4 x + \cos^4 x</math>;            г) <math>y = \cos(x^2 + x)</math> на отрезке <math>[-1; 1]</math>; д) <math>y = \sin^2 x + \sin x</math> на отрезке <math>[-\pi; 0]</math>; е) <math>y = \cos(\sin x)</math> на промежутке <math>[-\frac{\pi}{2}; 0]</math>.</p>
Задачи логические	<p>Известно, что <math>\operatorname{ctg}\alpha = -2</math>. Является ли целым числом <math>\cos\alpha + 2\sin\alpha</math>.</p> <p>Принадлежит ли графику функции <math>y = -\sin(x + \frac{\pi}{6}) + 2</math> точка:</p> <p>а) <math>(0; \frac{3}{2})</math>; б) <math>(\frac{\pi}{6}; -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2)</math>; в) <math>(\frac{2\pi}{3}; \frac{3}{2})</math>; г) <math>(4\pi; 2,5)</math>.</p>
<b>Индукция</b>	
Задачи на обнаружение закономерностей	<p>Найдите на числовой окружности все точки <math>M(t)</math>, соответствующие заданной формуле: а) <math>t = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}</math>; б) <math>t = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p>Отметьте на окружности точки <math>\frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}</math> или <math>\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}</math>, принадлежащие одной из двух серий, но не принадлежащие серии <math>(-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}</math>.</p>
Задачи на выявление оптимального способа решения	<p>Принадлежит ли число <math>A</math> множеству <math>M</math>, если:</p> <p>а) <math>A = \frac{119\pi}{24}</math>, <math>M = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k)</math>;            б) <math>A = -\frac{110\pi}{7}</math>, <math>M = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{2\pi}{3} + \pi k)</math>.</p>
Задачи на обнаружение противоречия и формулировку проблемы	<p>Решите уравнение <math> \sin\alpha  =  \cos\alpha </math>. Ответ запишите в виде одной серии.</p>
Задачи на разработку алгоритмических и эвристических предписаний	<p>Сравните: а) <math>\sin 2^\circ</math> и <math>\sin 178^\circ</math>; б) <math>\sin 5^\circ</math> и <math>\sin 175^\circ</math>. Обобщите полученные результаты. Выведите аналогичную формулу для косинуса. Запишите две серии точек с помощью одной формулы:</p> <p>а) <math>\pi k, k \in \mathbb{Z}</math> и <math>\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}</math>; б) <math>\pi k, k \in \mathbb{Z}</math> и <math>\frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p>На окружности выделены множества точек, изображающих числа: а) от 0 до <math>\pi</math>; б) от <math>\frac{\pi}{3}</math> до <math>\frac{2\pi}{3}</math>; в) от <math>\frac{\pi}{4}</math> до <math>\frac{3\pi}{4} + \pi</math>. Опишите все числа, соответствующие точкам, принадлежащим выделенным множествам.</p>
Исследовательские задачи	<p>При каких значениях параметра <math>a</math> будет четной или нечетной функция:</p> <p>а) <math>y = a\sin x + \cos x</math>; б) <math>y = a(3\sin x + 5)^5 + (3\sin x - 2)^5</math>.</p> <p>Дано выражение <math>\sin 1^\circ \sin 2^\circ \sin 3^\circ \cdot \dots \cdot \sin n^\circ</math>.</p> <p>а) При каких натуральных значениях <math>n</math> это выражение положительно?            б) При каких натуральных значениях <math>n</math> это выражение отрицательно?            в) При каких натуральных значениях <math>n</math> это выражение равно нулю?</p>
<b>Трансляция</b>	
Задачи на обнаружение закономерностей	<p>Найдите декартовы координаты заданной точки: а) <math>M(\frac{\pi}{6})</math>; б) <math>M(\frac{\pi}{4})</math>; в) <math>M(\frac{\pi}{3})</math>;            г) <math>M(\frac{3\pi}{2})</math>; д) <math>M(-3\pi)</math>; е) <math>M(\frac{11\pi}{4})</math>; ж) <math>M(-\frac{5\pi}{3})</math>; з) <math>M(\frac{31\pi}{2})</math>.</p> <p>Вычислите <math>\sin t</math> и <math>\cos t</math>, если: а) <math>t=0</math>; б) <math>t = \frac{\pi}{2}</math>; в) <math>t = \frac{3\pi}{2}</math>; г) <math>t = \pi</math>;</p>

	<p>д) <math>t = \frac{5\pi}{6}</math>; е) <math>t = \frac{5\pi}{4}</math>; ж) <math>t = \frac{7\pi}{6}</math>; з) <math>t = \frac{9\pi}{4}</math>; и) <math>t = \frac{13\pi}{6}</math>; к) <math>t = -\frac{8\pi}{3}</math>;  л) <math>t = \frac{23\pi}{6}</math>; м) <math>t = -\frac{11\pi}{3}</math>.</p>
<p>Задачи логические</p>	<p>Что больше, абсцисса или ордината заданной точки числовой окружности:  а) Е (1); б) К (-2,5); в) Р (7); г) М (-4).</p>
<b>Реверсия</b>	
<p>Задачи с неполным или избыточным условием</p>	<p>Составьте возможную аналитическую запись функции по ее графику, изображенному на рисунке.</p> 
<p>Задачи на обнаружение закономерностей</p>	<p>Подберите коэффициенты <math>a</math> и <math>b</math> так, чтобы на каждом из рисунков был изображен график функции <math>y = a \sin x + b</math> или <math>y = a \cos x + b</math>.</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%;"> <p>а)</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p>б)</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p>в)</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p>г)</p>  </div> </div> <p>Числовая окружность разделена на восемь равных частей. Составьте формулу для всех чисел, которым соответствуют точки:  а) А и С; б) В и D; в) М и Р; г) N и Q;  д) М, N, P, Q; е) А, М, В, N, С, Р, D, Q.</p> <p style="text-align: center;">Числовая окружность разделена точками на восемь равных частей (рис. 46). Составьте формулу для всех чисел, которым соответствуют точки:</p> <p>о11.18. а) А и С; б) В и D; в) М и Р; г) N и Q.  о11.19. а) М, N, P, Q; б) А, М, В, N, С, Р, D, Q.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Рис. 46</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Рис. 47</p> </div> </div>

*Результаты исследования*

1. На основе анализа научно-методической литературы выявлены требования к содержанию учебного материала в условиях организации эвристической деятельности, а также описаны типы задач, направленных на формирование приемов эвристической деятельности у учащихся общеобразовательной школы.

2. Разработана типология задач, применяемых в рамках формирования эвристических приемов на примере учебного материала по теме «Тригонометрические функции».

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. М.: Просвещение, 1964. 65 с.
2. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. М.: Просвещение, 1977. 240 с.
3. Саранцев Г.И. Общая методика преподавания математики. Саранск: Крас. Окт., 1999. 228 с.
4. Миганова Е.Ю. Методика конструирования си-

стем учебных математических задач (на примере курса геометрии педвуза). Арзамас: АГПИ, 2001. 96 с.

5. Хрестоматия по методике математики: Методы обучения / сост. М.И. Зайкин, С.В. Арюткина. Арзамас: АГПИ, 2008. 286 с.
6. Мугаллимова С.Р. О видах эвристических приемов // Омский научный вестник. 2006. № 9. С. 107–109.
7. Оганесян В.А., Колягин М.Ю., Саннинский В.Я. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. М.: Просвещение, 1998. С. 189–204.
8. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики / под ред. Е.И. Лященко. М.: Просвещение, 1988. 223 с.
9. Иванова Н.Н. Развитие творческих способностей учащихся на факультативных занятиях по математике // Воспитание учащихся при обучении математике. М.: Просвещение, 1987. С. 88–95.

**HEURISTIC ACTIVITY AS THE TOOL FOR THE STUDENTS' CREATIVE POTENTIAL FULFILMENT**

© 2015

*N.A. Demchenkova*, PhD (Pedagogy), Associate Professor, assistant professor of Chair “Algebra and Geometry”

*I.V. Antonova*, PhD (Pedagogy), assistant professor of Chair “Algebra and Geometry”  
*Togliatti State University, Togliatti (Russia)*

*Keywords:* heuristics; heuristic method; heuristic techniques; heuristic activity; creative activity; arrangement of students' heuristic activity.

*Abstract:* The paper considers the identifying of possibilities of students' heuristic activity to use it in their creative activity while studying mathematics in secondary school.